



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DA AMAZÔNIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO TECNOLÓGICO

DECLARAÇÃO DE ENCAMINHAMENTO DE PROJETO DE PESQUISA

Eu, **Bráulio Brendo Vasconcelos Maia**, encaminho para apreciação/aprovação no Colegiado do **Campus Capitão Poço** e posterior cadastramento pela Divisão de Pesquisa da Pró-Reitoria de pesquisa e Desenvolvimento Tecnológico (DPQ/PROPED) o projeto de pesquisa intitulado **Estudo de soluções para problemas elípticos envolvendo o operador Laplaciano Fracionário**.

Local/Data: Capitão-Poço, 31/10/2018.

Bráulio Brendo V. Maia

Bráulio Brendo Vasconcelos Maia /Coordenador /SIAPE:2400876

Parecer da Direção da unidade quanto à fonte de recursos do projeto:

- () O projeto terá como fonte de recursos agência financiadora ou outra instituição/parceria.
(X) O projeto será financiado com recursos próprios, sendo seus valores estimados no formulário de cadastramento, e está autorizado a utilizar a infraestrutura, equipamentos e material de consumo do próprio campus ou instituto para sua execução.

Parecer da Direção da unidade para apreciação do projeto pelo Órgão Colegiado da unidade:

- (X) Recomendado para cadastramento
() Não recomendado para cadastramento

Local/Data: Capitão Poço, 07/11/2018

Raimundo Thiago Lima da Silva

Prof. Dr. Raimundo Thiago Lima da Silva
Diretor do Campus Capitão Poço/Port. 496, de 27/02/2018

Parecer do Órgão Colegiado da unidade:

- (X) Recomendado para cadastramento – “ad referendum”
() Não recomendado para cadastramento

Local/Data: Capitão Poço, 07/11/2018

Raimundo Thiago Lima da Silva

Prof. Dr. Raimundo Thiago Lima da Silva
Diretor do Campus Capitão Poço/Port. 496, de 27/02/2018



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DA AMAZÔNIA - UFRA
CAMPUS DE CAPITÃO POÇO-CCP

MEMORANDO Nº 468/2018 – CCP/UFRA

Capitão Poço - PA, 07 de novembro de 2018.

À PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO TECNOLÓGICO –
PROPED.

ASSUNTO: ENCAMINHAMENTO DE PROJETO DE PESQUISA

Prezada Pró-Reitora,

1. Encaminhamos para cadastro nessa Pró-Reitoria, o Projeto de Pesquisa intitulado *“Estudo de soluções para problemas elípticos envolvendo o operador Laplaciano Fracionário”*, sob coordenação do professor Bráulio Brendo Vasconcelos Maia.
2. Em função da impossibilidade de reunião em tempo hábil, esta Direção aprova “ad referendum” o referido projeto.

Atenciosamente,

Prof. Dr. Raimundo Thiago Lima da Silva
Diretor do Campus Capitão Poço/UFRA
Portaria nº 496, de 27 de fevereiro de 2018

Raimundo Thiago L. da Silva
Diretor da UFRA
Campus - Capitão Poço
Portaria Nº 496/2018



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DA AMAZÔNIA – UFRA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO – PROPED
DIVISÃO DE PESQUISA – DPQ

Código: PROP-F01 FORMULÁRIO DE CADASTRO DE PROJETO DE PESQUISA Pág. 01-02

DADOS DO PROJETO:				
Título: Estudo de soluções para problemas elípticos envolvendo o operador Laplaciano fracionário			Nº do cadastro na PROPED:	
Grande Área de Conhecimento no CNPq: Ciências Exatas e da Terra				
Área de Conhecimento no CNPq: Matemática				
Subárea no CNPq: Análise				
Linha de Pesquisa: Equações Diferenciais Parciais				
O Projeto faz uso de patrimônio genético e do conhecimento tradicional associado? ¹ (X) Não () Sim Se sim, deve-se realizar o cadastro do pesquisador no SisGen (https://sisgen.gov.br) e anexar o comprovante de cadastro e certidão a este formulário.				
O Projeto faz uso de animais? (X) Não () Sim Se o projeto envolve o uso de animais, anexar a aprovação da Comissão de Ética no Uso de Animais (CEUA)				
O Projeto possui modalidades de extensão a seguir? (X) Não () Sim () Cursos () Eventos () Produtos () Prestação de Serviços Se possuir, listar quais.				
Vigência (mês/ano):		Início: Janeiro/ 2019		Término: Dezembro/2019
DADOS DO COORDENADOR(A):				
Nome: Bráulio Brendo Vasconcelos Maia				
E-mail: brauliobrendo@gmail.com			Telefones:(91)98291-8866	
Cargo: Docente		Campus ou Instituto: Capitão Poço		Titularidade: Mestre
Docente da UFRA? (X) Sim () Não				
Caso não seja Docente ou Técnico da UFRA, preencher os dados do solicitante listados abaixo ² :				
Nome do solicitante:				
E-mail do solicitante:			Tefef ones:	
Cargo:		Titularidade:		Instituição:
DADOS DA EQUIPE DO PROJETO:				
Número de bolsas vinculadas: 0				
() Iniciação Científica () Apoio tecnológico () Mestrado () Doutorado () Outra _____				
Pesquisadores membros da Equipe, excluindo-se o Coordenador do projeto				
Nº	Nome	CPF	Instituto/Campus	Função no Projeto ³
1	Augusto César Reis Costa	31196594287	UFPA/ ICEN	PD
2	Carlos Eduardo da Silva	42873648805	UFRA	PDG
3				
Acrescentar linhas se necessário				



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DA AMAZÔNIA – UFRA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO – PROPED
DIVISÃO DE PESQUISA – DPQ

RECURSOS FINANCEIROS DO PROJETO⁴	
Fonte de recursos: Recursos Próprios / UFRA - CCP	
Custeio: R\$ 2000,00	Capital: R\$ 2000,00

Data: 31/10/2018

Braulio Brendo V. Maria.

Assinatura do Coordenador ou Solicitante na UFRA



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DA AMAZÔNIA – UFRA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO – PROPED
DIVISÃO DE PESQUISA – DPQ

Observações:

(1) O Sistema Nacional de Gestão do Patrimônio Genético e do Conhecimento Tradicional Associado – **SisGen** – é um sistema eletrônico criado através do Decreto nº 8.772, de 11 de maio de 2016, que regulamenta a Lei nº 13.123, de 20 de maio de 2015, como um instrumento para auxiliar o Conselho de Gestão do Patrimônio Genético – CGen – na gestão do patrimônio genético e do conhecimento tradicional associado.

(2) Os dados do solicitante devem ser preenchimento apenas quando o Coordenador do Projeto não for docente da UFRA;

(3) Tipos de Funções: Pesquisador Docente (PD), Pesquisador Técnico-administrativo (PTA), Pesquisador Discente Graduação (PDG), Pesquisador Discente Mestrado (PDM), Pesquisador Discente Doutorado (PDD), Pesquisador Bolsista Produtividade (PBP).

(4) Os campos “**recursos financeiros**” e “**fonte financiadora**” são **OBRIGATÓRIOS**. Caso a fonte financiadora seja recursos próprios ou da instituição, os valores dos recursos de capital e de custeio devem ser estimados e preenchidos no formulário. Caso contrário, deve-se preencher com os valores reais de capital e de custeio. Além disso, o Diretor(a) do Campus ou Instituto deve autorizar a utilização da infraestrutura, equipamentos e material de consumo da unidade para a realização do projeto, através da assinatura da Declaração de Encaminhamento do Projeto.

(5) Quando o projeto de pesquisa fizer uso de animais, será necessário o cadastro e parecer positivo na Comissão de Ética no Uso de Animais – CEUA/UFRA.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DA AMAZÔNIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO TECNOLÓGICO
DIVISÃO DE PESQUISA-DPQ

*Estudo de soluções para problemas
elípticos envolvendo o operador
Laplaciano Fracionário*

Grande Área de Conhecimento: Ciências Exatas e da Terra

Área de Conhecimento: Matemática

Subárea: Análise

Campus ou Instituto: Capitão-Poço



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DA AMAZÔNIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO
DIVISÃO DE PESQUISA

1. RESUMO

Neste projeto iremos investigar a existência de soluções para problemas de Equações Diferenciais Parciais do tipo elíptico, envolvendo o Laplaciano fracionário. Além disso, tentaremos encontrar uma solução aproximada para o problema utilizando métodos computacionais.

2. PALAVRAS-CHAVE

Equações Diferenciais Parciais Elípticas, Laplaciano Fracionário, existência de soluções, Equações do tipo Kirchhoff.

3. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, boa parte dos analistas matemáticos tem voltado suas atenções ao estudo de operadores não locais e fracionários do tipo elíptico, esses estudos tem chamado atenção tanto de pesquisadores da Matemática Pura, quanto dos matemáticos que buscam inserir esses conceitos em aplicações concretas do mundo real. O operador não local e fracionário que tem recebido mais enfoque é o *Laplaciano Fracionário*, tal operador aparece com mais frequência nos Processos Estocásticos, mais especificamente no processo de movimento Browniano, portanto esse operador é importante em alguns ramos da Física, como por exemplo, a Física Quântica.

4. JUSTIFICATIVA

Muitos matemáticos tem estudado extensivamente a existência de solução para o problema

$$\begin{cases} M(\|u\|_X^2)(-\Delta)^s u = f(x, u(x)) \text{ in } \Omega, \\ u = 0 \text{ in } \mathbb{R}^n \setminus \Omega, \end{cases}$$

Todavia, até onde se sabe, não existem trabalhos publicados estudando a equação

$$\begin{cases} M_1(\|u\|_X^2)(-\Delta)^s u = \lambda f(x, v(x)) \left[\int_{\Omega} F(x, v(x)) dx \right]^{r_1} + u^{2^*_s-2} u \text{ in } \Omega, \\ M_2(\|v\|_X^2)(-\Delta)^s v = \gamma g(x, u(x)) \left[\int_{\Omega} G(x, u(x)) dx \right]^{r_2} + v^{2^*_s-2} v \text{ in } \Omega, \\ u = v = 0 \text{ in } \mathbb{R}^n \setminus \Omega, \end{cases}$$

com certas condições de crescimento para f e F . Por isso, acreditamos que é relevante o estudo deste problema (e de variações dele) para a comunidade matemática.

É um fato corriqueiro que em geral não se consegue determinar a solução analítica de um problema deste tipo, ou seja, podemos até mostrar que tal problema possui solução, mas exibi-la é praticamente impossível. Para contornar tal problema deve-se lançar mão de recursos computacionais para que se possa encontrar uma melhor aproximação possível para a solução

5. OBJETIVOS

- Estudar a existência de soluções de sistemas de equações diferenciais parciais do tipo Kirchhoff;
- Mostrar a regularidade das soluções.

6. METODOLOGIA

Vamos tentar resolver o problema utilizando técnicas variacionais e/ou topológicas. Usaremos métodos de diferenças finitas e elementos finitos para abordar o problema em caráter computacional.

7. METAS

- Mostrar que existem múltiplas soluções para o problema

$$\begin{cases} M_1(\|u\|_X^2)(-\Delta)^s u = \lambda f(x, v(x)) \left[\int_{\Omega} F(x, v(x)) dx \right]^{r_1} + u^{2_s^* - 2} u \text{ in } \Omega, \\ M_2(\|v\|_X^2)(-\Delta)^s v = \gamma g(x, u(x)) \left[\int_{\Omega} G(x, u(x)) dx \right]^{r_2} + v^{2_s^* - 2} v \text{ in } \Omega, \\ u = v = 0 \text{ in } \mathbb{R}^n \setminus \Omega, \end{cases}$$

- Publicar os resultados obtidos em revistas internacionais com *qualis* CAPES e divulgar os resultados em eventos de cunho científico.



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DA AMAZÔNIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO
DIVISÃO DE PESQUISA

8. EQUIPE DO PROJETO

Nome completo	Titulação máxima	Unidade	Função no projeto ¹	Carga horária no projeto
Bráulio Brendo Vasconcelos Maia	Msc.	UFRA	CD	8 horas semanais
Augusto César Reis Costa	Dr.	UFPA	PD	4 horas semanais
Carlos Eduardo da Silva	-	UFRA	PDG	2 horas semanais

Tipos de função

CD: Coordenador

PD: Pesquisador Docente

PTA: Pesquisador Técnico

Administrativo

PBP: Pesquisador Bolsista Produtividade

PDG: Pesquisador Discente Graduação

PDM: Pesquisador Discente Mestrado

PDD: Pesquisador Discente Doutorado



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DA AMAZÔNIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO
DIVISÃO DE PESQUISA

9 – CRONOGRAMA DE ATIVIDADES

(Relacionar as etapas de desenvolvimento do projeto)

ATIVIDADES	ANO: 2019											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Revisão Bibliográfica	x	x	x									
Estudo do problema				x	x	x	x	x				
Abordagem computacional									x	x	x	x



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DA AMAZÔNIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO
DIVISÃO DE PESQUISA

10 . BIBLIOGRAFIA

- [1] J. G. Azorero and I. P. Alonso, Multiplicity of solutions for elliptic problems with critical exponent or with a nonsymmetric term, *Trans. Amer. Math. Soc.*, 323, (1991), 877 – 895.
- [2] A. Ambrosetti and P. H. Rabinowitz, Dual variational methods in critical point theory and applications, *J. Functional Analysis*, 14, (1973), 349 – 381.
- [3] D. Applebaum, Lévy processes and stochastic calculus, 2nd edn, Cambridge Studies 5 in Advanced Mathematics, Volume. 116, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2009.
- [4] G. Autuori and P. Pucci, Elliptic problems involving the fractional Laplacian in \mathbb{R}^N , *J. Differential Equations*, 255(8) (2013), 2340 – 2362.
- [5] C. Bai, Multiplicity of solutions for a class of non-local elliptic operators systems, *Bull. Korean Math. Soc.* 54, No3, (2017), 715 – 729.
- [6] B. Barrios, E. Colorado, R. Servadei and F. Soria, A critical fractional equation with concave-convex power nonlinearities, *Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire.*, 32 (2015) 875 – 900.
- [7] V. Benci, On critical points theory for indefinite functionals in the presence of symmetric, *Trans. Amer. Math. Soc.*, 274, (1982), 533 – 572 .
- [8] J. Bertoin, Lévy processes, Cambridge Tracts in Mathematics, Volume 121, 11 Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1996.
- [9] G. M. Bisci, V. D. Radulescu and R. Servadei, Variational Methods for Nonlocal Fractional Problems, *Encyclopedia of Mathematics and its Applications*, Cambridge University Press (2016).
- [10] G. M. Bisci and R. Servadei, A bifurcation result for non-local fractional equations, *Anal. Appl.*, 13(4) (2015), 371 – 394.
- [11] G. M. Bisci and B. A. Pansera, Three weak solutions for nonlocal fractional equations, *Adv. Nonlinear Stud.*, 14(2014), 591 – 601.
- [12] G. M. Bisci and D. Repovš, Existence and localization of solutions for nonlocal fractional equations, *Asymptot. Anal.*, 90 (2014), 367 – 378.
- [13] H. Brézis, Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations, Universitext, Springer, New York (2011).
- [14] V. I. Bogachev, Measure Theory, vol. II, Springer Verlag, Berlin (2007).



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DA AMAZÔNIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO
DIVISÃO DE PESQUISA

- [15] L. Caparelli, Non-local diffusions, drifts and games, in: Nonlinear Partial Differential Equations: The Abel Symposium 2010, Abel Symposia, H. Holden and K.H. Karlsen, eds, Volume 7, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, (2012), 37–52.
- [16] D. C. Clark, A variant of the Lusternik-Schnirelman theory, *Indiana Univ. Math. J.*, 22 (1972), 65–74.
- [17] R. Cont and P. Tankov, *Financial modelling with jump processes*, Chapman and Hall, CRC Financial Mathematics Series, FL, 2004.
- [18] D. G. Costa, *An Invitation to Variational Methods in Differential Equations*. Birkhuser, Boston (2007).
- [19] A. C. R Costa and F. R. Ferreira, On a systems involving fractional Kirchhoff-type equations and Krasnoselskii's genus, submitted.
- [20] L. F. O. Faria, O. H. Miyagaki, F. R. Pereira, M. Squassina and C. Zhang, The Brezis-Nirenberg problem for nonlocal systems, *Adv. Nonlinear Anal.*, 5 (2016), 85–103.
- [21] L. F. O. Faria, O. H. Miyagaki and F. R. Pereira, Critical Brezis-Nirenberg problem for nonlocal systems, DOI:<http://dx.doi.org/10.12775/TMNA.2017.017>.
- [22] A. Fiscella, Saddle point solutions for non-local elliptic operators, *Topol. Methods Nonlinear Anal.*, 44, (2014), 527–538.
- [23] A. Fiscella, Infinitely many solutions for a critical Kirchhoff type problem involving a fractional operator. *Differential Integral Equations*, 29 (2016), No 5/6, 513–530.
- [24] A. Fiscella, G. M. Bisci and R. Servadei, Bifurcation and multiplicity results for critical nonlocal fractional Laplacian problems, *Bull. Sci. Math.*, Volume 140, (2016), 14–35.
- [25] A. Fiscella and E. Valdinoci, A critical Kirchhoff type problem involving a nonlocal operator. *Nonlinear Anal.*, 94(2014), 156–170.
- [26] G. M. Figueiredo, G. M. Bisci and R. Servadei, On a fractional Kirchhoff-type equation via Krasnoselskii's genus, *Asymptot. Anal.*, 94 (2015), 347–361.
- [27] G. M. Figueiredo and J. R. Santos Junior, Multiplicity of solutions for a Kirchhoff equation with sub-critical or critical growth, *Differential Integral Equations* 25 (2012), 853–868.
- [28] M. A. Krasnoselskii, *Topological methods in the theory of nonlinear integral equations*, Mac Millan, New York (1964).
- [29] O. H. Miyagaki and F. R. Pereira, Existence results for non-local elliptic systems with nonlinearities interacting with the spectrum, *Adv. in Dif. Equations*, to appear.
- [30] E. Di Nezza, G. Palatucci and E. Valdinoci, Hitchhiker's guide to the fractional Sobolev spaces, *B.Sci. Math.*, 136(2012), 521–573.



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DA AMAZÔNIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO
DIVISÃO DE PESQUISA

- [31] G. Palatucci and A. Pisante, Improved Sobolev embeddings, profile decomposition, and concentration compactness for fractional Sobolev spaces, *Calc. Var. Partial Differential Equations*, 50 (2014), 799–829.
- [32] R. Servadei and E. Valdinoci, Mountain Pass solutions for non-local elliptic operators, *J. Math. Anal. Appl.*, 389(2012), 887–898.



Emitido em 12/11/2018

MEMORANDO Nº 13011/2018 - CPPESQ (15.26.19.17)

(Nº do Protocolo: NÃO PROTOCOLADO)

(Assinado digitalmente em 12/11/2018 19:03)
DANIELLE CRISTINA BULHOES ARRUDA
BIOLOGO
2417808

Para verificar a autenticidade deste documento entre em <https://sipac.ufra.edu.br/documentos/> informando seu número: **13011**, ano: **2018**, tipo: **MEMORANDO**, data de emissão: **12/11/2018** e o código de verificação: **c964660ffc**